ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: **ΘΕΡΜΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΠΡΟΟΔΟΥ: **19-12-2016**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Α.Μ.:

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1 (2.5 μ)

I. Βασικές θερμοδυναμικές παράμετροι ενός μακροσκοπικού συστήματος όπως ο αριθμός σωματιδίων του N, ο όγκος του V, η εσωτερική του ενέργεια U και η εντροπία του S συνδέονται με τη σχέση: $S=c\,(NUV)^{1/3}$, όπου το c είναι θετική σταθερά. Να βρείτε α) τη θερμοκρασία T ως συνάρτηση των N, U και V, β) την πίεση P ως συνάρτηση των N, T, και V και γ) τη θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο ως συνάρτηση των N, T, και V.

II. Θεωρούμε δύο ίδια συστήματα (με ίδια N και V) για τα οποία η καταστατική εξίσωση είναι αυτή που έχει βρεθεί στο I. Αρχικά, το ένα σύστημα βρίσκεται σε θερμοκρασία T_A ενώ το δεύτερο σε θερμοκρασία T_B. Με κάποιο τρόπο (μέσω μεταφοράς θερμότητας και παραγωγής έργου), τα δύο συστήματα φέρονται σε μια τελική κατάσταση όπου έχουν πλέον την ίδια θερμοκρασία T_0.
Να βρείτε α) την ελάχιστη και τη μέγιστη τιμή της T_0 ως συνάρτηση των T_A, T_B και β) το μέγιστο παραγόμενο έργο καθώς και να εξηγήσετε σε ποια τιμή της T_0 παράγεται αυτό το έργο.

ΘΕΜΑ 2 (2 μ)

I. Μαγνητικό υλικό μοναδιαίου όγκου παρουσιάζει μαγνητική επιδεκτικότητα χ_μ που δίνεται από την έκφραση $\chi_\mu=c/T$ (c=σταθ., >0) όπου T η θερμοκρασία του. Η θερμοχωρητικότητά του υπό μαγνητικό πεδίο σταθερής έντασης δίνεται από την έκφραση $C_H=\lambda/T^2$ όπου $\lambda=c+\alpha H^2$ (α=σταθ., >0). Αρχικά το υλικό βρίσκεται σε θερμοκρασία T_1 εντός πεδίου έντασης H. Σταδιακά απομαγνητίζεται υπό αδιαβατικές συνθήκες καθώς η ένταση του πεδίου μειώνεται *πολύ αργά* στο 0. Αφού αρχικά εκφράσετε την εντροπία του ως συνάρτηση των T, H, να βρείτε την τελική θερμοκρασία του ως συνάρτηση των T_1, H και των σταθερών α, c.

II. Μακροσκοπικό σύστημα χαρακτηρίζεται από N ενεργειακές καταστάσεις. Η κατάσταση n έχει ενέργεια E_n. Η εντροπία του δίνεται από την έκφραση $S(\lambda)=-\ln\sum p_n^{\lambda}$ όπου p_n είναι η πιθανότητα να βρίσκεται το σύστημα στην κατάσταση n (το άθροισμα είναι για n=1…N) (λ: ακέραιος, >1).
α) Να δείξετε ότι η συγκεκριμένη έκφραση της εντροπίας ικανοποιεί το κριτήριο της εκτατικότητας για το σύστημα (ανεξαρτήτως της τιμής του λ).
β) Να υπολογίσετε, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, τις πιθανότητες που μεγιστοποιούν την εντροπία για δεδομένη ενέργεια E του συστήματος. Τι παρατηρείτε;

ΘΕΜΑ 3 (2.5 μ)
Πολυμερική "αλυσίδα" αποτελείται από N τμήματα (N>>), μοναδιαίου μήκους το καθένα. Οι πιθανές διαμορφώσεις (διευθετήσεις) της σε χώρο δύο διαστάσεων (x,y) μπορούν να προσομοιωθούν με την "κίνησή" κάθε τμήματος της μεταξύ των πλεγματικών θέσεων σε ένα τετραγωνικό πλέγμα. Η απόσταση μεταξύ δύο οποιονδήποτε γειτονικών πλεγματικών θέσεων σε έναν άξονα είναι ίση με το μήκος κάθε τμήματός της. Σε κάθε πλεγματική θέση, η αλυσίδα μπορεί να "κινηθεί" ως την κοντινότερη (επόμενη) πλεγματική θέση είτε προς τον άξονα y είτε προς τον άξονα x (σε γωνία 90° ως προς τον άξονα y). Η "κίνηση" στον άξονα x μπορεί να γίνει είτε προς τη θετική κατεύθυνση είτε προς την αρνητική του κατεύθυνση. Η "κίνηση" κατά μία θέση προς τον άξονα y αντιστοιχεί σε μηδενική ενέργεια ενώ η αντίστοιχη προς οποιαδήποτε από τις δύο κατευθύνσεις του άξονα x αντιστοιχεί σε ενέργεια ε (ε=σταθ., >0).
Να υπολογίσετε α) τον αριθμό μικροκαταστάσεων που αντιστοιχούν σε λ "κινήσεις" της προς τις δύο κατευθύνσεις του άξονα x, ως συνάρτηση του λ ($0 \leq \lambda \leq N$, λ>>), β) την εντροπία της ως συνάρτηση των E, N (E η ενέργειά της), γ) τη θερμοκρασία της ως συνάρτηση των E, N, δ) την ελεύθερή της ενέργεια Helmholtz ως συνάρτηση των T, N και ε) την θερμοχωρητικότητά της ως συνάρτηση των T, N.

ΘΕΜΑ 4 (3 μ)
Μονοδιάστατη χορδή αποτελείται από N τμήματα (N=σταθ.) και βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με θερμική δεξαμενή θερμοκρασίας T. Κάθε τμήμα της μπορεί να βρεθεί σε δύο δυνατές καταστάσεις (έστω 1, 2) με ενέργεια ε_1 και ε_2, αντίστοιχα. Το μήκος κάθε τμήματος σε αυτές τις δύο καταστάσεις είναι l_1 και l_2, αντίστοιχα. Αν θεωρήσουμε ότι N_1 τμήματα βρίσκονται στην κατάσταση 1, τότε η χορδή έχει καθορισμένη ενέργεια E και μήκος L. Η εφαρμογή όμως εξωτερικής δύναμης F έχει ως συνέπεια να *μειωθεί* η ενέργεια της κατά FL (σε σχέση με την E).
Να βρείτε α) τη συνάρτηση επιμερισμού Z, β) την εσωτερική ενέργεια U, γ) την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz F, δ) την εντροπία S και ε) τη μέση τιμή του μήκους της χορδής $\langle L \rangle$, ως συνάρτηση των N, T και F. στ) Τι τιμές παίρνουν τα U, F, S και $\langle L \rangle$ όταν F=0 και $\varepsilon_1=\varepsilon_2$ (ενώ $l_1 \neq l_2$);
Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα.
(Υπόδειξη: Μπορείτε πχ. να χρησιμοποιήσετε στον υπολογισμό της Z μια μεταβλητή n_i που να χαρακτηρίζει σε ποια από τις δύο καταστάσεις βρίσκεται το τμήμα i της χορδής όπου i=1…N).

Δίνονται: Η προσέγγιση του Stirling $\ln N! \approx N\ln N - N$ (για N>>), η σχέση για τη μαγνήτιση $M=\chi_\mu H$ καθώς και η σχέση Maxwell $(\partial S/\partial H)_T = (\partial M/\partial T)_H$
.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!