

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ - ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: ΘΕΡΜΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2015

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 11-02-2015

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

A.M.:

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1 (2 μ.)

I. Ο κύκλος λειτουργίας θερμικής μηχανής η οποία λειτουργεί με ιδανικό μονοατομικό αέριο αποτελείται από δύο αδιαβατικές και δύο ισόχωρες διεργασίες.

α) Να σχεδιαστεί ένας αντιπροσωπευτικός κύκλος λειτουργίας στο επίπεδο P-V. β) Να υπολογιστεί η απόδοση της μηχανής ως συνάρτηση μόνο των όγκων V_1 και V_2 υπό τους οποίους λαμβάνουν χώρα οι δύο ισόχωρες διεργασίες.

II. α) Να σχεδιάσετε τον κύκλο λειτουργίας δύο (αντιστρεπτών) θερμικών μηχανών στο επίπεδο T-S θεωρώντας ότι αποτελείται από τρεις διαδοχικές διεργασίες: της πρώτης από μία ισόθερμη, μια διεργασία που λαμβάνει χώρα μεταξύ δύο σημείων με συντεταγμένες S_2, T_2 και S_1, T_1 (έστω $S_2 > S_1$ και $T_2 > T_1$) και μία ισεντροπική ενώ της δεύτερης από μία διεργασία που λαμβάνει χώρα μεταξύ δύο σημείων με συντεταγμένες S_1, T_2 και S_2, T_1 , μία ισόθερμη και μία ισεντροπική (κύκλος σε μορφή τριγώνου). β) Να υπολογίσετε την απόδοσή τους. Ποια μηχανή έχει υψηλότερη απόδοση; Να σχολιάσετε.

ΘΕΜΑ 2 (2.5 μ.)

Κλασικό ιδανικό αέριο που αποτελείται από N σωματίδια ($N \gg$) μάζας m το καθένα βρίσκεται στο εσωτερικό όγκου V και υπό θερμοκρασία T . Η συνάρτηση επιμερισμού του δίνεται από την έκφραση: $Z = [V^N (2\pi m K_B T)^{3N/2}] / [h^{3N} N!]$ (K_B : η σταθερά του Boltzmann).

α) Να εξηγήσετε υπό ποιές συνθήκες μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την κανονική και τη μεγαλοκανονική κατανομή, αντίστοιχα, για τη μελέτη της στατιστικής του συμπεριφοράς.

β) Στα πλαίσια της κανονικής κατανομής, να υπολογίσετε την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz, την εσωτερική ενέργεια και τη διασπορά της, την εντροπία, την πίεση, την ενθαλπία, τη θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή πίεση, την ελεύθερη ενέργεια Gibbs, το χημικό δυναμικό και το γενικευμένο δυναμικό του, ως συνάρτηση κατάλληλων ανεξάρτητων μεταβλητών.

γ) Στα πλαίσια της μεγαλοκανονικής κατανομής, να υπολογίσετε τη μεγάλη συνάρτηση επιμερισμού του αερίου και, στη συνέχεια, να επαναλάβετε τους υπολογισμούς των παραπάνω θερμοδυναμικών μεγεθών. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα που προκύπτουν με χρήση των δύο κατανομών στο θερμοδυναμικό όριο. Τι παρατηρείται ως προς τη σχετική τυπική απόκλιση της ενέργειας στις δύο κατανομές;

ΘΕΜΑ 3 (3 μ.)

Κλειστό παραμαγνητικό σύστημα που αποτελείται από N ($N \gg$) ανεξάρτητα, όμοια, άτομα το καθένα με spin $\frac{1}{2}$ και μαγνητική ροπή μ_0 βρίσκεται εντός εξωτερικού ομογενούς μαγνητικού πεδίου έντασης B .

α) Στα πλαίσια της κανονικής κατανομής, να βρείτε πρώτα τη συνάρτηση επιμερισμού και, στη συνέχεια, να υπολογίσετε την εσωτερική ενέργεια, την εντροπία, τη μαγνήτιση M και την

μαγνητική επιδεκτικότητα χ_μ του συστήματος ως συνάρτηση της θερμοκρασίας του T και του B . Υπό ποιες συνθήκες μπορεί η εσωτερική ενέργεια του συστήματος να πάρει θετικές τιμές; Να σχολιάσετε δίνοντας μια φυσική ερμηνεία για αυτές τις συνθήκες.

β) Αν θεωρήσετε ότι n_+ είναι ο αριθμός των ατόμων που προσανατολίζονται παράλληλα στο πεδίο, να επαναλάβετε τους υπολογισμούς των παραπάνω θερμοδυναμικών μεγεθών στα πλαίσια της μικροκανονικής κατανομής αφού βρείτε πρώτα τον αριθμό μικροκαταστάσεων του συστήματος για δεδομένο n_+ . Επιπλέον, να υπολογίσετε το λόγο n_+/n (όπου n είναι ο αριθμός των ατόμων που προσανατολίζονται αντιπαράλληλα στο πεδίο) ως συνάρτηση των T, B και να σχολιάσετε το αποτέλεσμα που προκύπτει.

ΘΕΜΑ 4 (2.5 μ.)

Το κρυσταλλικό πλέγμα ενός στερεού αποτελείται από N πλεγματικές θέσεις που μπορούν να καταλαμβάνονται από N άτομα (ένα άτομο ανά θέση) υπό θερμοκρασία T σε κατάσταση (θερμοδυναμικής) ισορροπίας. Επιπλέον, το πλέγμα έχει ατέλειες στη δομή του οι οποίες είναι δύο ειδών: πρώτον, ατέλειες που μπορούν να προέλθουν από τη μεταφορά ενός ατόμου από μια πλεγματική θέση στο εσωτερικό προς την επιφάνεια του στερεού και δεύτερον, ατέλειες που προέρχονται από τη μεταφορά ενός ατόμου από μια πλεγματική θέση στο εσωτερικό σε μια θέση που δεν προβλέπεται από την περιοδική δομή του πλέγματος (ενδόθετη θέση). Μεταφορά ενός ατόμου από μία πλεγματική θέση στο εσωτερικό προς την επιφάνεια απαιτεί ενέργεια ϵ_1 ενώ αντίστοιχη μεταφορά σε μία ενδόθετη θέση απαιτεί ενέργεια ϵ_2 . Επιπλέον, άτομα που καταλαμβάνουν πλεγματικές θέσεις στο εσωτερικό έχουν μηδενική ενέργεια.

α) Αν θεωρήσουμε ότι n είναι ο αριθμός του πρώτου είδους ατελειών, να υπολογίσετε, στα πλαίσια της μικροκανονικής κατανομής, τον αριθμό των δυνατών διευθετήσεων (μικροκαταστάσεων) τους, την εντροπία, την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz ως συνάρτηση του n και τη συγκέντρωση (πυκνότητα) των ατελειών ως συνάρτηση του T . β) Παρομοίως, να υπολογίσετε τα παραπάνω μεγέθη για το δεύτερο είδος ατελειών αν θεωρήσετε ότι n είναι το πλήθος τους ενώ N είναι το πλήθος των διαθέσιμων ενδόθετων θέσεων ($n \ll N$).

Δίνονται: Η προσεγγιστική σχέση του Stirling $\ln N! \approx N \ln N - N$ για $N \gg 1$, οι σχέσεις $1/T = (\partial S / \partial E)_{N, V}$, $P = -(\partial F / \partial V)_{N, T}$, $S = -(\partial \Phi / \partial T)_{V, \mu}$, $\sigma_E^2 = -(\partial E / \partial \beta)$, $\langle E \rangle^2 = (1/Z_G)(\partial^2 Z_G / \partial \beta^2)_{V, \mu}$, και η σχέση $\chi_\mu = M/B$ (για $B \ll 1$).

Επιπλέον δίνεται η σειρά $e^x = \sum (x^N / N!)$ όπου το άθροισμα Σ αποτελείται από N όρους με το N να παίρνει τιμές από 0 έως άπειρο καθώς και οι μαθηματικές σχέσεις $\tanh x \approx x$ για $x \ll 1$, $\tanh x = (e^x - e^{-x}) / (e^x + e^{-x})$, $1 + \tanh x = e^x / \cosh x$ και $1 - \tanh x = e^{-x} / \cosh x$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!