ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: **ΘΕΡΜΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΠΡΟΟΔΟΥ: **12-01-2018**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Α.Μ.:

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1 (3 μ)
I. (1 μ) Επί θερμοδυναμικού συστήματος (σχήματος κυλίνδρου) ασκείται “δύναμη” F που δίνεται από την καταστατική εξίσωση: $F=cT[(d/d_0(T))-(d_0^2(T)/d^2)]$, όπου το c είναι θετική σταθερά, d_0 είναι το ύψος του κυλίνδρου υπό μηδενική “δύναμη” ενώ η συνάρτηση d(T) εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία T.
Εάν το σύστημα υπό την παραπάνω δύναμη “τεντωθεί” ισόθερμα (και αντιστρεπτά) μεταβάλλοντας το ύψος του από d_0 σε $2d_0$, να βρείτε τη θερμότητα που θα μεταφερθεί ως συνάρτηση των c, T, d_0 και α_0 όπου α_0 είναι ο συντελεστής θερμικής διαστολής υπό μηδενική “δύναμη” $[\alpha_0=(1/d_0(T))(\partial d_0(T)/\partial T)]$, αφού πρώτα βρείτε τις εκφράσεις για την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz F και την εντροπία S.

II. (1 μ) Η καταστατική εξίσωση παραμαγνητικού υλικού μοναδιαίου όγκου εντός μαγνητικού πεδίου H δίνεται από τη σχέση M=cH/T (c=σταθ., >0) όπου T η θερμοκρασία και M η μαγνήτισή του. Η θερμοχωρητικότητά του υπό σταθερή μαγνήτιση C_M είναι σταθερή (ανεξάρτητη των T, M) ενώ η εσωτερική του ενέργεια U (λόγω αλληλεπίδρασης των ατόμων του με το μαγνητικό πεδίο) είναι ανεξάρτητη του M για σταθερή T. Αρχικά το υλικό αποκτά μαγνήτιση M_1 υπό θερμοκρασία T_1 εντός του πεδίου H. Σταδιακά απομαγνητίζεται κατά τη διάρκεια αδιαβατικής διεργασίας έως ότου η μαγνήτισή του μηδενιστεί.
Αφού αρχικά εκφράσετε την εσωτερική του ενέργεια ως συνάρτηση των T, M, να βρείτε την τελική θερμοκρασία του ως συνάρτηση των T_1, M_1 και C_M.

III. (1 μ) Δύο μακροσκοπικά συστήματα με ίδιες θερμοχωρητικότητες (υπό σταθερό όγκο) C βρίσκονται υπό θερμοκρασίες T_1 και T_2, αντίστοιχα (έστω $T_1>T_2$). Οι θερμοχωρητικότητες τους είναι ανεξάρτητες από τη θερμοκρασία τους. Θερμοδυναμικός αντιστρεπτός κύκλος Carnot λαμβάνει χώρα με τα δύο συστήματα να λειτουργούν ως δεξαμενές θερμότητας έως την επίτευξη κοινής, τελικής, θερμοκρασίας T (χωρίς μεταβολή της θερμοχωρητικότητάς τους). Συνολικά, το σύστημα έχει σταθερή εσωτερική ενέργεια στη διάρκεια της λειτουργίας του κύκλου Carnot.
Να βρείτε την T ως συνάρτηση των T_1, T_2 και το παραγόμενο έργο.

ΘΕΜΑ 2 (3.5 μ)

Κλειστό σύστημα συγκροτείται από δύο ανεξάρτητα παραμαγνητικά υλικά με N_1 και N_2 μαγνητικά δίπολα, αντίστοιχα, εντός μαγνητικού πεδίου σταθερής έντασης B. Κάθε δίπολο έχει μαγνητική ροπή μέτρου μ και μπορεί να βρίσκεται σε δύο ενεργειακές καταστάσεις, είτε παράλληλα είτε αντιπαράλληλα προς το μαγνητικό πεδίο. Η εσωτερική ενέργεια του συστήματος U οφείλεται μόνο στην αλληλεπίδραση των διπόλων του κάθε υλικού με το μαγνητικό πεδίο.

α) Να υπολογίσετε τον αριθμό μικροκαταστάσεων του συστήματος, όταν τα δύο υλικά έχουν μαγνήτιση M_1 και M_2, αντίστοιχα, ως συνάρτηση των N_1, N_2, M_1, M_2 και μ.

β) Αν $N_1=3$ και $N_2=5$, να βρείτε το συνολικό αριθμό μικροκαταστάσεων του συστήματος για $U=-2\mu B$ και να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές των M_1, U_1, M_2 και U_2. Σε κάθε δυνατή τιμή των M_1 και M_2, πόσες μικροκαταστάσεις αντιστοιχούν;

γ) Αν τα N_1 και N_2 είναι *πολύ μεγάλοι* αριθμοί, να υπολογίσετε την εντροπία του συστήματος ως συνάρτηση των N_1, N_2, U_1, U_2, μ και B, και να βρείτε για ποιες τιμές των U_1 και U_2 αυτή μεγιστοποιείται, όταν η U του συστήματος είναι δεδομένη.

δ) Χρησιμοποιώντας τη σχέση της εντροπίας που βρήκατε στο ερώτημα γ για *ένα* παραμαγνητικό υλικό, να υπολογίσετε τη θερμοκρασία του T ως συνάρτηση των N, U, B και, αφού εκφράσετε την U ως συνάρτηση του T, να υπολογίσετε τη θερμοχωρητικότητά του (υπό σταθερό B).

ΘΕΜΑ 3 (3.5 μ)

α) Μονοδιάστατος κβαντικός αρμονικός ταλαντωτής με συχνότητα ω βρίσκεται σε επαφή με θερμική δεξαμενή θερμοκρασίας T. Τα ενεργειακά του επίπεδα δίνονται από τη σχέση $E_n=(n+1/2)\hbar\omega$ **(1)** όπου n=0,1,2,… Το σύστημα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία.

Να υπολογίσετε τη μέση ενέργεια του ταλαντωτή ως συνάρτηση των T, ω και να βρείτε τι τιμές παίρνει στα όρια των πολύ χαμηλών $[(K_BT/\hbar\omega)<<1]$ και πολύ υψηλών θερμοκρασιών $[(K_BT/\hbar\omega)>>1]$, αντίστοιχα. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα.

β) Για ένα διδιάστατο κβαντικό αρμονικό ταλαντωτή στο επίπεδο (x,y) με συχνότητες ταλάντωσης ω_x και ω_y, αντίστοιχα, και ενεργειακά επίπεδα που δίνονται για κάθε (μονοδιάστατο) ταλαντωτή από τη σχέση **(1)** με $n=n_x+n_y$ (n_x, n_y=0,1,2,…), να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του ως συνάρτηση των T, ω_x και ω_y. Τι τιμή παίρνει για $\omega_x=\omega_y$; Να σχολιάσετε το αποτέλεσμα.

γ) N ανεξάρτητα άτομα ενός τρισδιάστατου στερεού προσομοιώνονται με κβαντικούς αρμονικούς ταλαντωτές που ταλαντώνονται γύρω από τις θέσεις ισορροπίας τους με την ίδια συχνότητα. Τα ενεργειακά τους επίπεδα δίνονται από τη σχέση $E_n=n\varepsilon$ (ε=σταθ., n=0,1,2,…) Κάθε άτομο μπορεί να βρίσκεται σε διαφορετικό επίπεδο ενώ η ενέργεια του συστήματος είναι $U=M\varepsilon$ (M ο αριθμός των κβάντων ενέργειας ε που κατανέμεται στους ταλαντωτές).

Από ποια γενική σχέση δίνεται το πλήθος των μικροκαταστάσεων, ως συνάρτηση των N και M;

Αν N=4 και M=2, να βρείτε όλες τις μικροκαταστάσεις του συστήματος.

Δίνονται: Η προσέγγιση του Stirling $\ln N!\approx N\ln N-N$ (για N>>), η σχέση $1/T=(\partial S/\partial E)_{N,V}$, η σειρά $\Sigma\exp(-\alpha x)=a_1/(1-\lambda)$ για τιμές του x από 0 έως άπειρο (όπου a_1 ο πρώτος όρος της, λ ο λόγος της ($|\lambda|<1$) και α: θετική σταθερά) και οι σχέσεις $\sinh x=(e^x-e^{-x})/2$, $\coth x\approx x$ για x<<1 και $\coth x\approx 1$ για x>>1.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!