# ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ - ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΜΑΘΗΜΑ: **<u>ΘΕΡΜΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ</u>**
ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2016**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: **21-09-2016**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ: Α.Μ.:

## <u>ΘΕΜΑΤΑ</u>

**ΘΕΜΑ 1 (3 μ)**
Μαγνητικό σύστημα εμφανίζει μαγνήτιση Μ σε θερμοκρασία Τ εντός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου έντασης Β. Αν θεωρήσετε ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις Μ και Τ, να εκφράσετε α) τη θερμοχωρητικότητα του συστήματος υπό σταθερή μαγνήτιση ως συνάρτηση μιας μερικής παραγώγου της εσωτερικής ενέργειας U και β) τη διαφορά των δύο θερμοχωρητικοτήτων υπό σταθερό πεδίο και σταθερή μαγνήτιση, αντίστοιχα, ως συνάρτηση μιας μερικής παραγώγου της εσωτερικής ενέργειας, του Β και της μερικής παραγώγου $(\partial M/\partial T)_B$.
γ) Αν το σύστημα εμφανίζει παραμαγνητική συμπεριφορά υπακούοντας στην καταστατική εξίσωση $M=cB/T$ ($c$=σταθ.,$>0$), η θερμοχωρητικότητά του υπό σταθερή μαγνήτιση είναι ανάλογη του Τ (με σταθερά αναλογίας $\lambda>0$) και ισχύει ότι $(\partial U/\partial M)_T=0$, να εκφράσετε τη θερμοχωρητικότητά του υπό σταθερό πεδίο και την U ως συνάρτηση των Μ, Τ (Για $M=0$, $T=0$: $U=0$).
δ) Αν για το αρχικό σύστημα (ερωτήματα α, β) θεωρήσετε ως ανεξάρτητες μεταβλητές τις Μ και Β, να δείξετε ότι η θερμοχωρητικότητα υπό σταθερή μαγνήτιση ισούται με: $-(1/\chi_\tau)(\partial U/\partial B)_M(\partial M/\partial T)_B$ (όπου $\chi_\tau=(\partial M/\partial B)_T$ η ισόθερμη μαγνητική επιδεκτικότητα), ότι η θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό πεδίο ισούται με: $(\partial M/\partial T)_B[(\partial U/\partial M)_B-B]$ και να εκφράσετε τους συντελεστές των διαφορικών dM και dB στην έκφραση του ολικού διαφορικού της U, dU, ως συνάρτηση του Β, της μερικής παραγώγου $(\partial M/\partial T)_B$, της $\chi_\tau$ και των δύο προαναφερθέντων θερμοχωρητικοτήτων.
ε) Να εκφράσετε αντίστοιχα τους συντελεστές των dM και dB στην έκφραση του dU (ερώτημα δ) ως συνάρτηση των Μ, Τ και Β για την περίπτωση συστήματος που παρουσιάζει τις ίδιες ιδιότητες και χαρακτηριστικά όπως αυτό του ερωτήματος γ. Στη συνέχεια, να εκφράσετε τη U ως συνάρτηση των Μ και Β και να τη συγκρίνετε με την U που βρήκατε στο ερώτημα γ.

**ΘΕΜΑ 2 (2 μ)**
Πολυμερική αλυσίδα αποτελείται από Ν (Ν>>) μόρια τα οποία συνδέονται το ένα με το άλλο σε μία διάσταση. Το μήκος κάθε σύνδεσης που συνδέει δύο οποιαδήποτε διαδοχικά μόρια είναι d ενώ η γωνία μεταξύ δύο διαδοχικών συνδέσεων είναι 0° ή 180° (με ίδια πιθανότητα).
α) Αν θεωρήσετε ότι ένας αριθμός συνδέσεων της αλυσίδας $n_1$ είναι υπό γωνία 0° και ότι το μήκος της αλυσίδας είναι τότε $L=2\lambda d$ ($\lambda>0$) με $2\lambda=n_1-n_2$ (όπου $n_2$ ο αντίστοιχος αριθμός συνδέσεων υπό γωνία 180°), να υπολογίσετε, κάνοντας χρήση της μικροκανονικής κατανομής, το πλήθος των συνολικών μικροκαταστάσεων W για το παραπάνω μήκος ως συνάρτηση των Ν και λ.
β) Πως απλοποιείται η έκφραση του W για $\lambda<<N$; Να βρείτε την εντροπία της αλυσίδας ως συνάρτηση των Ν και λ για $L<<Nd$.
γ) Για $L<<Nd$, να βρείτε τη δύναμη F που απαιτείται να ασκηθεί στην αλυσίδα για να διατηρήσει το μήκος L ως συνάρτηση των N, d, L και της θερμοκρασίας Τ (Για $L=0$, $F=0$).

**ΘΕΜΑ 3 (3 μ)**
Ν ανεξάρτητα μόρια ενός ετεροπυρηνικού διατομικού αερίου προσροφώνται σε επιφάνεια. Το αέριο βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με θερμική δεξαμενή θερμοκρασίας Τ. Τα μόρια μπορούν να εκτελούν μόνο περιστροφικές κινήσεις στο επίπεδο της επιφάνειας. Κάθε ενεργειακή κατάσταση λόγω περιστροφής ενός μορίου χαρακτηρίζεται από έναν κβαντικό αριθμό l που παίρνει τιμές 0, ±1, ±2, κτλπ. Αν I είναι η ροπή αδρανείας, κάθε ενεργειακή κατάσταση περιστροφής δίνεται από την έκφραση $\varepsilon_l=(\hbar^2/2I)l^2$.
α) Να γράψετε τη γενική σχέση που δίνει τη συνάρτηση επιμερισμού ενός μορίου καθώς και του αερίου λόγω περιστροφής, λαμβάνοντας υπόψη τον εκφυλισμό των ενεργειακών σταθμών του.
β) Να εκφράσετε το λόγο των πιθανοτήτων ένα μόριο να βρίσκεται στις καταστάσεις με l=2 και l=1 ως συνάρτηση του Τ. Τι τιμές παίρνει για $T\rightarrow 0$ και $T\rightarrow\infty$, αντίστοιχα;
γ) Να βρείτε τις πιθανότητες για l=2 με δεδομένο ότι η ενέργειά του είναι $\varepsilon_2=4(\hbar^2/2I)$ και για l=1 με δεδομένο ότι η ενέργειά του είναι $\varepsilon\leq(\hbar^2/2I)$, αντίστοιχα.
δ) Αν θεωρήσετε ότι το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία $T>>T_0=\hbar^2/2IK_B$ ($K_B$: σταθερά Boltzmann), να βρείτε τη συνάρτηση επιμερισμού του αερίου λόγω περιστροφής, την εσωτερική ενέργεια, την ελεύθερη ενέργεια Helmholtz και την εντροπία του.
ε) Αντίστοιχα, αν θεωρήσετε ότι το αέριο βρίσκεται σε θερμοκρασία $T<<T_0=\hbar^2/2IK_B$ και ότι το κάθε μόριο μπορεί να καταλαμβάνει τότε μόνο τις τρεις χαμηλότερες ενεργειακές στάθμες περιστροφής του, να επαναλάβετε τους υπολογισμούς του ερωτήματος δ. Να σχολιάσετε τα αποτελέσματα στα δύο αυτά θερμοκρασιακά όρια.

**ΘΕΜΑ 4 (2 μ)**
Ι **(1 μ)**. Να αποδείξετε ότι για ένα ιδανικό αέριο μποζονίων όπου $\langle n_i\rangle$ είναι το μέσο πλήθος της (μονο)σωματιδιακής κατάστασης i, ισχύει η σχέση: $PV=K_BT\sum\ln[1+\langle n_i\rangle]$ (άθροισμα για όλα τα i). Τι συμβαίνει στο κλασικό όριο;

ΙΙ **(1 μ)**. Ιδανικό αέριο φερμιονίων βρίσκεται σε επαφή με θερμική δεξαμενή θερμοκρασίας Τ. Το σύστημα του αερίου και της δεξαμενής είναι σε θερμοδυναμική ισορροπία.
Να εκφράσετε ως συνάρτηση του μέσου πλήθους κατάληψης $\langle n\rangle$
α) την πιθανότητα n φερμιόνια να βρίσκονται σε μια δεδομένη μονοσωματιδιακή κατάσταση και
β) την ποσότητα $\langle(n-\langle n\rangle)^2\rangle^{1/2}$. Να σχεδιάσετε τη σχετική γραφική παράσταση. Τι παρατηρείτε;

**<u>Δίνονται:</u>**
Η προσεγγιστική σχέση του Stirling $\ln N!\approx N\ln N-N$ για Ν>>, η σχέση $1/T=(\partial S/\partial E)_{N,V}$, το στοιχειώδες έργο $\delta W=-FdL$ για μεταβολή μήκους dL λόγω ασκούμενης δύναμης F και οι σχέσεις για το γενικευμένο δυναμικό $\Phi=-PV$ και $\Phi=-K_BT\ln Z_G$ ($Z_G$: η μεγάλη συνάρτηση επιμερισμού).
Επίσης, η μαθηματική ιδιότητα $(\partial x/\partial y)_z(\partial y/\partial z)_x(\partial z/\partial x)_y=-1$ αν δύο από τις μεταβλητές x, y, z είναι ανεξάρτητες και συνδέονται μεταξύ τους με μία καταστατική εξίσωση της μορφής f(x,y,z)=0,
η προσεγγιστική σχέση: $\ln(1\pm x)\approx\pm x$ (για x<<), η γεωμετρική πρόοδος $\sum x^n=1/(1-x)$ (για n=0 έως ∞, εφόσον ο λόγος της είναι <1) και το ολοκλήρωμα $\int\exp(-\alpha x^2)dx=(\pi/\alpha)^{1/2}$ με όρια -∞ και +∞.

***ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!***