

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΜΑΘΗΜΑ: ΘΕΡΜΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ: **ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2013**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: **06-02-2013**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

A.M.:

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1 (2μ.): Ένα μακροσκοπικό σύστημα όγκου V βρίσκεται εντός εξωτερικού, ομοιογενούς, ηλεκτρικού πεδίου E . Το ηλεκτρικό έργο που κάνει το σύστημα, παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου, δίνεται από την έκφραση $\delta W = -VEdP$ όπου P είναι η επαγόμενη πόλωση ($P = \chi E$) και χ η ηλεκτρική επιδεκτικότητα του. Η ηλεκτρική επιδεκτικότητα εξαρτάται από τη θερμοκρασία μέσω της σχέσης $\chi = c + \lambda/T$, όπου c και λ είναι θετικές σταθερές

α) Να γράψετε την έκφραση που δίνει την ελεύθερη ενέργεια κατά Helmholtz F και, μέσω του πρώτου νόμου της θερμοδυναμικής, να βρείτε την αντίστοιχη έκφραση για το διαφορικό dF , ως συνάρτηση του ηλεκτρικού έργου.

β) Θεωρώντας ότι η εντροπία του συστήματος απουσία ηλεκτρικού πεδίου είναι S_0 , να υπολογίσετε την εντροπία του συστήματος, παρουσία του ηλεκτρικού πεδίου, ως συνάρτηση του P και του χ .

γ) Να υπολογίσετε την θερμότητα που πρέπει να δοθεί για να αυξηθεί το ηλεκτρικό πεδίο από $E=0$ σε $E=E_f$, υπό σταθερή θερμοκρασία.

δ) Να υπολογίσετε τη μερική παράγωγο $(\partial T/\partial E)_S$ και να δείξετε ότι για $T > 0$ είναι πάντα θετική.

ΘΕΜΑ 2 (2μ.): I) Δύο μη διακρίσιμα σωματίδια που δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους βρίσκονται εντός αρμονικού ταλαντωτή με κυκλική συχνότητα ταλάντωσης ω . Οι διακριτές ενεργειακές στάθμες ενός σωματίου στον ταλαντωτή δίνονται από την έκφραση: $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ όπου $n = 0, 1, 2, \dots$ ο κβαντικός αριθμός που περιγράφει την αντίστοιχη στάθμη.

Να υπολογίσετε, στα πλαίσια της κανονικής κατανομής, για το σύστημα των δύο σωματίων α) τη συνάρτηση επιμερισμού β) την ελεύθερη ενέργεια κατά Helmholtz γ) την εσωτερική ενέργεια δ) την εντροπία και ε) τη θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο. Τι τιμές παίρνουν τα παραπάνω θερμοδυναμικά μεγέθη σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες;

ΘΕΜΑ 3 (2μ.): Μακροσκοπικό σύστημα αλληλεπιδρά με δεξαμενή σωματιδίων σταθερής θερμοκρασίας T και χημικού δυναμικού μ . Αν θεωρήσουμε ότι τμήμα του συστήματος μπορεί να βρεθεί σε μία συγκεκριμένη κατάσταση που χαρακτηρίζεται από μονοσωματιδιακή ενέργεια ϵ να βρείτε, στα πλαίσια της μεγαλοκανονικής κατανομής, για σύστημα μποζονίων,

α) τη μεγάλη συνάρτηση επιμερισμού των ατόμων που βρίσκονται στην παραπάνω κατάσταση ως συνάρτηση των T , ϵ και μ .

β) την πιθανότητα να υπάρχουν N_1 σωματίδια σε αυτήν την κατάσταση ως συνάρτηση των T , ϵ , μ και N_1 .

γ) το μέσο αριθμό σωματιδίων $\langle N \rangle$ του συστήματος ως συνάρτηση των T , ϵ , και μ .

δ) Να βρείτε τα αντίστοιχα μεγέθη των προηγούμενων ερωτημάτων για σύστημα φερμιονίων.

ΘΕΜΑ 4 (2μ.): Υποθετικό αέριο Fermi που αποτελείται από μη αλληλεπιδρώντα N φερμιόνια μάζας m βρίσκεται εντός όγκου V . Η ενεργειακή πυκνότητα σωματιδιακών καταστάσεων του αερίου είναι $D(E)=(2\pi mV/h^2)E^{1/2}$. Χρησιμοποιώντας την κατανομή Fermi-Dirac, να βρείτε στο απόλυτο μηδέν,

α) την εσωτερική ενέργεια του αερίου ως συνάρτηση της ενέργειας Fermi E_F και του N

β) τη πυκνότητα n των φερμιονίων ως συνάρτηση της E_F

γ) το ποσοστό φερμιονίων με ενέργειες μεταξύ $2E_F/3$ και $3E_F/4$

και δ) την έκφραση που δίνει τη θερμοκρασία T , στην οποία μηδενίζεται το χημικό δυναμικό του αερίου μ , ως συνάρτηση της θερμοκρασίας Fermi T_F .

ΘΕΜΑ 5 (2μ.): Για το διατομικό μόριο του υδρογόνου H_2 υπάρχουν δύο διαφορετικά ισομερή περιστροφής (που διαφέρουν ως προς τη σχετική περιστροφή των πυρήνων τους) και ονομάζονται όρθο και πάρα-υδρογόνο. Στο πάρα-υδρογόνο, τα δύο ηλεκτρόνια σχηματίζουν μια μονή κατάσταση. Η ενέργεια του λόγω περιστροφής του παίρνει τις διακριτές τιμές $E=\hbar^2 l(l+1)/2I$ όπου $l=0,2,4,\dots$ (I : η ροπή αδρανείας του μορίου). Στο όρθο-υδρογόνο, τα δύο ηλεκτρόνια είναι σε τριπλά εκφυλισμένες καταστάσεις. Η αντίστοιχη ενέργεια του λόγω περιστροφής παίρνει τις τιμές $E=\hbar^2 l(l+1)/2I$ όπου $l=1,3,5,\dots$

α) Να γράψετε τις συναρτήσεις επιμερισμού Z των δύο ισομερών λόγω περιστροφής τους.

β) Αν θεωρήσετε ότι, σε πολύ χαμηλές θερμοκρασίες, τα δύο ισομερή μπορούν να βρεθούν μόνο στις δύο χαμηλότερες ενεργειακές τους στάθμες, να υπολογίσετε τις τιμές των αντίστοιχων Z .

γ) Αν θεωρήσετε αέριο που αποτελείται από N άτομα υδρογόνου (που περιλαμβάνει και τα δύο παραπάνω ισομερή του), να γράψετε τη *συνολική* συνάρτηση επιμερισμού που οφείλεται μόνο στους περιστροφικούς βαθμούς ελευθερίας του.

δ) Να βρείτε την εσωτερική ενέργεια του παραπάνω αερίου. Στη συνέχεια, να υπολογίσετε την τιμή της σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες.

Δίνονται: Η προσεγγιστική σχέση του Stirling: $\ln N! \approx N \ln N - N$ για $N \gg 1$ και η σχέση $1/T = (\partial S / \partial E)_{N,V}$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!