

Συμπληρωματικές σημειώσεις στις Ασκήσεις 30-4-2010

Άσκηση 1

Στο δυναμόμετρο μονάδα μέτρησης της δύναμης είναι το 1 kp ή 1 kgf* η οποία είναι μονάδα βάρους ίση με 9.80665 N. Το kp ορίζεται έτσι ώστε η δύναμη που ασκείται λόγω βαρύτητας από τη Γη σε μάζα 1kgf να είναι όσο η επιτάχυνση της βαρύτητας δηλαδή 9.80665 N.

Άσκηση 5

Μάζα σωμάτων

1. Με τη βοήθεια του ζυγού ζυγίστε τη μάζα m_i του κάθε σώματος που σας δίνεται
2. Καταγράψτε τη στο πίνακα (ΠΙΝΑΚΑΣ Ι) τιμών και σημειώστε την ακρίβεια της κάθε μέτρησης Δm_i (ακρίβεια οργάνου, συνήθως το τελευταίο ψηφίο που “δεν σταθεροποιείται”).

Διαστάσεις σωμάτων.

1. Μετρήστε και καταγράψτε τις απαραίτητες διαστάσεις (μήκος, πλάτος, πάχος, διάμετρος ή ακτίνα) των σωμάτων που χρειάζεται για τον προσδιορισμό του όγκου τους.
2. Σημειώστε την ακρίβεια της κάθε μέτρησης Δx_i (συνήθως είναι η ακρίβεια του διαστημομέτρου αν οι διαστάσεις του σώματος δεν μεταβάλλονται περισσότερο από αυτή την ακρίβεια).
3. Σε κάθε μέτρηση προσέξτε να γράψτε τουλάχιστον τόσα σημαντικά ψηφία ώστε ο αριθμός να συμφωνεί με την ακρίβεια της κάθε μέτρησης (δεν κόβω κανένα ψηφίο, αν το 0 είναι στο τέλος το γράφω, ούτε προσθέτω αυθαίρετα ψηφία).

Υπολογισμός πυκνότητας.

1. Υπολογίστε τους όγκους και κατόπιν τις πυκνότητες ρ_i όλων των σωμάτων.
2. Υπολογίστε το σφάλμα $\Delta \rho_i$ που μεταδίδεται στον υπολογισμό της ρ_i (κανόνες μετάδοσης σφάλματος ακολουθώντας το παρακάτω παράδειγμα).
3. Γράψτε τον κάθε υπολογισμό με τη τελική μορφή $\rho_i \pm \Delta \rho_i$ με τα σωστά ΣΨ ακολουθώντας το παρακάτω παράδειγμα
4. Συγκρίνατε τις πυκνότητες που υπολογίσατε με τις πυκνότητες των σωμάτων με τις τιμές των πυκνοτήτων των στοιχείων του περιοδικού πίνακα και βρείτε από το ποιο πιθανό υλικό του κάθε σώματος.

**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΜΕΤΑΔΟΣΗΣ ΣΦΑΛΜΑΤΟΣ ΑΠΟ
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥΣ (Χρήση μερικών παραγώγων)**

Παράδειγμα υπολογισμού μετάδοσης σφάλματος στον υπολογισμό της πυκνότητας ενός κυβικού σώματος μάζας $m=3.253\text{g}\pm 0.001\text{g}$, διαστάσεων $x=(5.35\pm 0.05)\text{mm}$, $y=(9.20\pm 0.05)\text{mm}$, $z=(2.75\pm 0.05)\text{mm}$,

Η πυκνότητα υπολογίζεται από $\rho=m/V$ όπου

$$V=xyz=5.35 \times 9.20 \times 2.75 \text{ mm}^3=135.355 \text{ mm}^3.$$

Γράφω όλα τα ψηφία του αποτελέσματος χωρίς στρογγυλοποίηση πριν από τον υπολογισμό του τελικού αποτελέσματος την ρ γιατί θα έχω επιπλέον σφάλμα από τις ενδιάμεσες στρογγυλοποιήσεις.

Άρα η πυκνότητα θα είναι

$$\rho = m/V=3.253/135.355 \text{ g/mm}^3 \text{ ή } \rho = 0.024033\text{g/mm}^3 \pm \Delta\rho$$

Πόσο όμως είναι το αναμενόμενο σφάλμα $\Delta\rho$ στον υπολογισμό της ρ ?

Στο $\Delta\rho$ μεταδίδεται ένα σφάλμα $\Delta\rho_m$ από τη ακρίβεια Δm μέτρησης της μάζας και τρία σφάλματα Δx , Δy , Δz από τη ακρίβειες των μετρήσεων των 3 διαστάσεων του κυβικού σώματος. Αυτό υπολογίζεται από τη σχέση μετάδοσης σφάλματος που περιέχει τις μερικές παραγώγους

$$\Delta\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\Delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\Delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\Delta z\right)^2}$$

Μερική παράγωγος είναι πρακτικά ότι και η απλή παράγωγος αλλά εφαρμόζεται σε συνάρτηση που περιέχει περισσότερες της μιας μεταβλητής όπως στη περίπτωση της πυκνότητας ρ η οποία περιέχει 4 μεταβλητές m , L_1 , L_2 , L_3 αφού

$$\rho(m,x,y,z)=m/(xyz)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial m}\Delta m = \frac{\partial\left(\frac{m}{V}\right)}{\partial m}\Delta m = \frac{1}{V}\Delta m = \frac{1}{135.355\text{mm}^3}0.001\text{g} = 0.0000073\text{g/mm}^3$$

Κι επειδή το σφάλμα πάντα στρογγυλοποιείται σε ένα σημαντικό ψηφίο γράφεται 0.000007g/mm^3

Επαναλαμβάνω τα ίδια και για τις άλλες συμβολές Δx , Δy , Δz στο συνολικό σφάλμα $\Delta\rho$ δηλ.

$$\frac{\partial\rho}{\partial x}\Delta x = \frac{\partial\left(\frac{m}{xyz}\right)}{\partial x}\Delta x = \left(-\frac{m}{x^2yzV}\right)\Delta x = -\frac{3.253}{(5.35)^2 \dots 9.2 \cdot 2.75\text{mm}^4}0.005\text{mm} = 0.0044821\text{gr/mm}^3$$

Επαναλαμβάνοντας τα ίδια βρίσκω και τα

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} \Delta y, \quad \frac{\partial \rho}{\partial z} \Delta z$$

Παρατηρήστε ποια μέτρηση εισάγει το μεγαλύτερο σφάλμα στην $\Delta\rho$.

Βρίσκω τελικά

$\Delta\rho = 0.0078 \text{ g/mm}^3$ και στρογγυλεύοντας σε 1 Σημαντικό ψηφίο $\Delta\rho = 0.008 \text{ g/mm}^3$.

Άρα

$\rho = 0.024033 \text{ g/mm}^3 \pm 0.008 \text{ g/mm}^3$ βλέπω πως το σφάλμα είναι τελικά στο 3^ο ψηφίο

μετά την υποδιαστολή της τιμής του ρ άρα τα υπόλοιπα ψηφία αγνοούνται και πρέπει να παραλείπονται δηλ.

$$\rho = 0.024 \text{ g/mm}^3 \pm 0.008 \text{ g/mm}^3$$

Αν θέλω να βρω σε πιο πιθανό στοιχείο του πίνακα αντιστοιχεί η πυκνότητα που βρήκα θα αντιστοιχίσω όλα τα στοιχεία που παρουσιάζουν πυκνότητες στο διάστημα $0.024 \text{ g/mm}^3 \pm 0.008 \text{ g/mm}^3$ δηλ μεταξύ 0.016 και 0.032 g/mm^3

Ειδικό βάρος

Το ειδικό βάρος ενός ομογενούς σώματος ορίζεται ως το πηλίκο του βάρους B ενός σώματος προς τον όγκο του V ($\epsilon = B/V$) και έχει μονάδες στο SI 1N/m^3 αλλά πιο συνηθισμένη μονάδα είναι το 1gr/cm^3 .

Το ειδικό βάρος δεν εξαρτάται από τις διαστάσεις του σώματος αλλά από το υλικό από το οποίο αποτελείται το σώμα και από την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας g στον συγκεκριμένο τόπο.

Εναλλακτικά ορίζοντας το ειδικό βάρος ως το λόγο του βάρους μιας ποσότητας του υλικού προς το βάρος ίσης ποσότητας νερού, μπορούμε να κατανοήσουμε ότι το ειδικό βάρος μας δείχνει πόσο βαρύτερο ή ελαφρύτερο είναι το υλικό από την ίδια ποσότητα νερού. Παράδειγμα : το διαμάντι έχει ειδικό βάρος 3.5, αυτό σημαίνει ότι αν γεμίσουμε ένα κυπελάκι με νερό και ζυγίζει 100 gr, γεμίζοντας στη συνέχεια το ίδιο κυπελάκι με διαμάντια θα ζυγίζει ($3.5 \times 100 = 350$ gr). Υλικά όπως το ξύλο και το λάδι, έχουν ειδικό βάρος μικρότερο της μονάδας, το οποίο σημαίνει ότι είναι πιο ελαφριά από το νερό και αν τα βάλουμε θα επιπλεύσουν.

Πολύ συχνά γίνεται σύγχυση μεταξύ του ειδικού βάρους και της πυκνότητας μιας ουσίας που ενώ είναι διαφορετικές έννοιες εκφράζονται με τον ίδιο αριθμό ($\epsilon = \rho g$). Έτσι όταν λέμε ότι ο σίδηρος έχει ειδικό βάρος 7 εννοούμε ότι το 1 cm^3 του σιδήρου ζυγίζει 7 gr βάρους. Εάν όμως θέλουμε να βρούμε την πυκνότητα του σιδήρου θα πρέπει να διαιρέσουμε τη μάζα ενός κυβικού εκατοστού που είναι ίση με 7 gr μάζας με το ένα κυβικό εκατοστό, συνεπώς και η πυκνότητα του σιδήρου εκφράζεται με τον αριθμό 7.

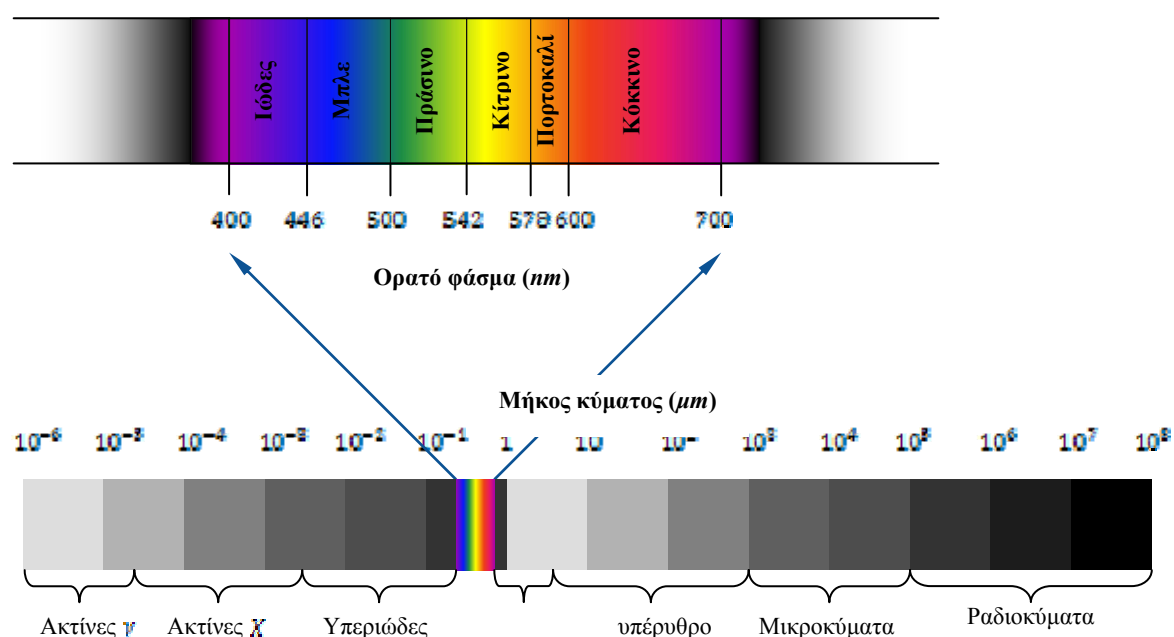
Μεγάλες διαφορές στο ειδικό βάρος έχουν τα μέταλλα και σ' αυτές βασίζεται ο προσδιορισμός του μετάλλου από το οποίο είναι κατασκευασμένο π.χ ένα νόμισμα. Το ειδικό βάρος του χρυσού είναι 19.3 gr/cm^3 ενώ του μπρούτζου 8.5 gr/cm^3

Άσκηση 6

Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα

Είδη φασμάτων

Όταν το φως, το οποίο δεν είναι παρά ενέργεια υπό μορφή ακτινοβολίας, που εκπέμπεται από μία φωτεινή (διάπυρη) πηγή περάσει μέσα από ένα πρίσμα ή άλλη ανάλογη συσκευή ανάλυσης, σχηματίζεται το φάσμα της πηγής, η κατανομή δηλαδή της ενέργειάς της σε σχέση με το μήκος κύματος. Τα φάσματα μελετώνται αναλυτικά με τη χρήση φασματοσκοπίου και φωτογραφίζονται με



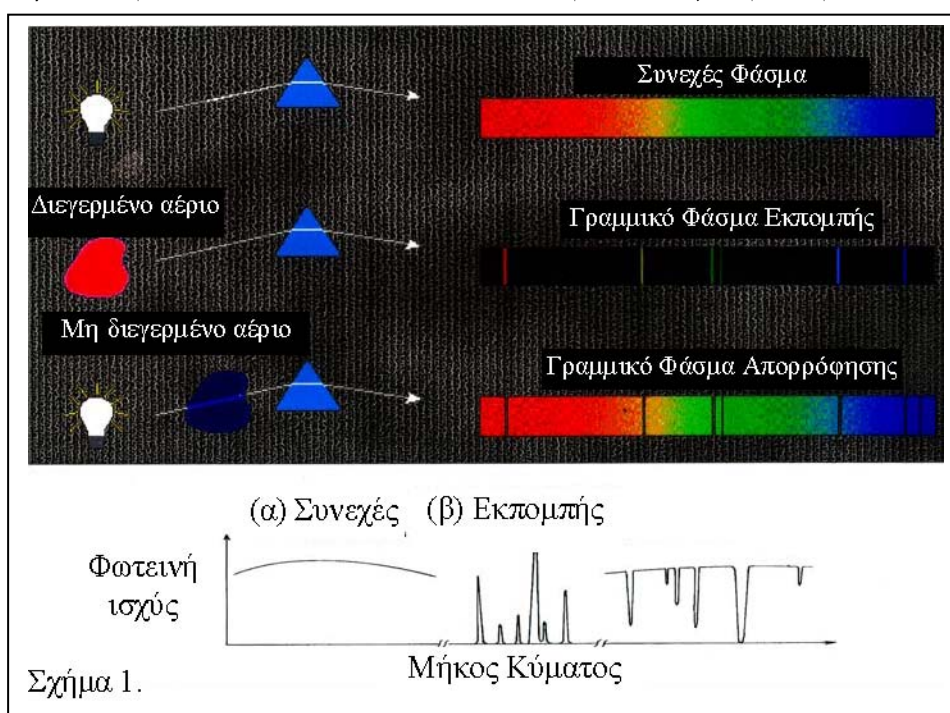
Σχήμα 1
Το ηλεκτρομαγνητικό φάσμα.

τη χρήση φασματογράφου. Όπως φαίνεται στο σχήμα 3.5, διακρίνουμε τρία είδη φασμάτων, ανάλογα με τη φύση της πηγής. Ο πρώτος που τα διέκρινε πειραματικά ήταν ο Gustav Kirchoff το 1859 ο οποίος κατέληξε στις εξής διαπιστώσεις που είναι γνωστές ως οι τρεις εμπειρικοί νόμοι της φασματικής ανάλυσης:

1. Ένα θερμό στερεό, υγρό ή ισχυρά συμπιεσμένο αέριο εκπέμπει ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος και σχηματίζει φάσμα που αποτελείται από μία συνεχή επαλληλία μηκών κύματος (χρωμάτων) που διαδέχονται ομαλά το ένα το άλλο (σχήμα 2α). Λόγω της μορφής του αυτό το φάσμα ονομάζεται *συνεχές*.

2. Ένα θερμό αραιό (χαμηλής πυκνότητας) αέριο (ακτινοβολούντα ατομικά αδρανή αέρια ή ατμοί μετάλλων σε συνθήκες ηλεκτρικών εκκενώσεων) εκπέμπει ακτινοβολία μόνο σε ορισμένα μήκη κύματος, σχηματίζοντας φάσμα το οποίο ονομάζεται γραμμικό φάσμα εκπομπής που αποτελείται από συγκεκριμένες λαμπρές γραμμές σε σκοτεινό υπόβαθρο (σχήμα 2β). Ο αριθμός και η θέση αυτών των γραμμών (το μήκος κύματός τους) εξαρτώνται από τα στοιχεία που περιέχονται στο αέριο.

3. Εάν το φως μίας πηγής συνεχούς ακτινοβολίας περάσει μέσα από ένα ψυχρότερο (χαμηλότερης θερμοκρασίας) αραιό αέριο, το ψυχρότερο αέριο προκαλεί την εμφάνιση σκοτεινών (ή αμυδρών) γραμμών πάνω στο συνεχές φάσμα της πηγής (σχήμα 2). Το φάσμα αυτό ονομάζεται φάσμα απορρόφησης και οι σκοτεινές γραμμές, γραμμές απορρόφησης. Η θέση και ο αριθμός τους στο φάσμα εξαρτώνται από τα στοιχεία που περιέχει το ψυχρό αέριο.



Ερμηνεία φασματικών γραμμών

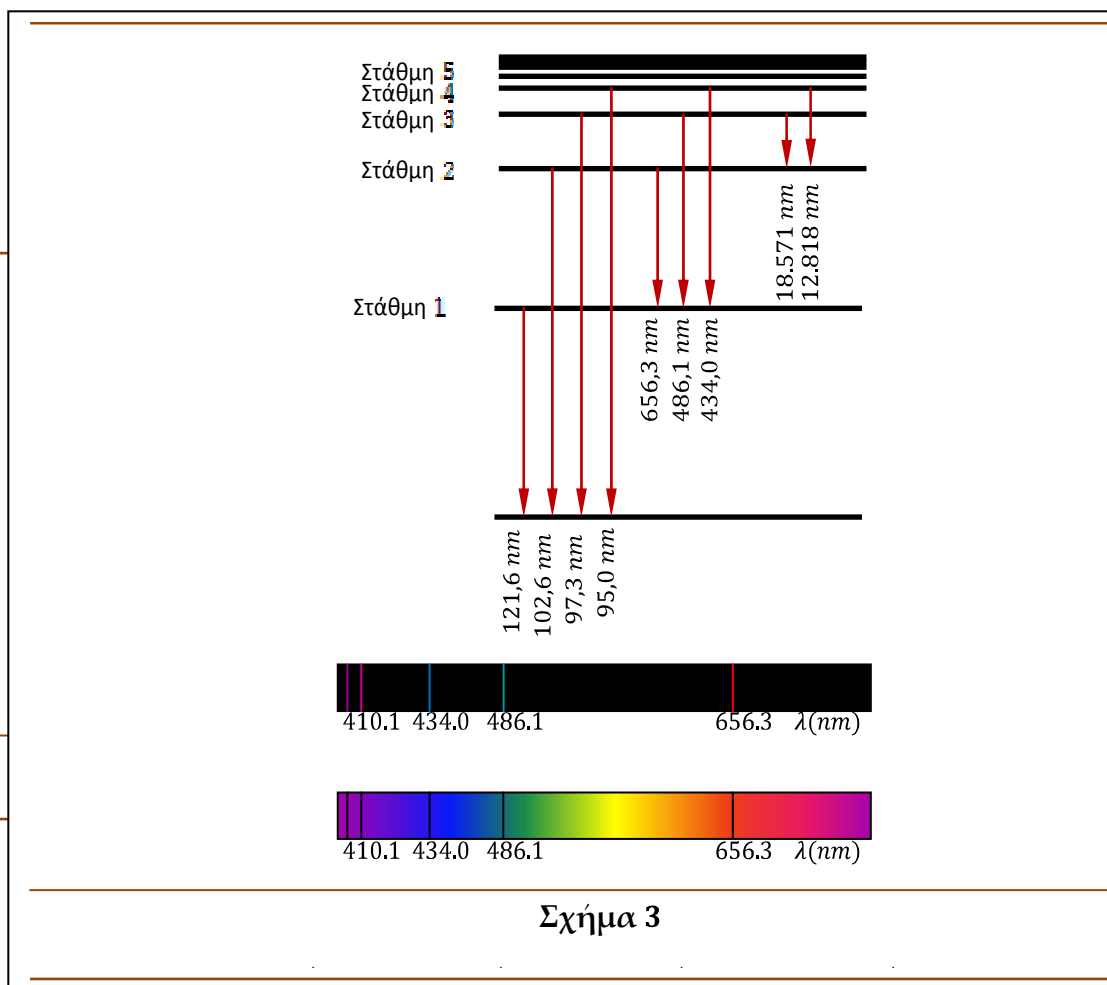
Οι φασματικές γραμμές δημιουργούνται όταν μεταβάλλεται η ενέργεια ενός ατόμου, ιόντος (ελεύθερη ρίζα) ή μορίου μεταξύ συγκεκριμένων (κβαντισμένων) ενεργειακών σταθμών. Σύμφωνα με το ατομικό μοντέλο του Bohr τα άτομα χαρακτηρίζονται από συγκεκριμένες ενεργειακές στάθμες οι οποίες σε πρώτη αντιμετώπιση αντιστοιχούν στις διαφορετικές αποστάσεις των ηλεκτρονίων τους από τον πυρήνα. Μεταβάσεις των ηλεκτρονίων είναι δυνατές μόνο μεταξύ αυτών των επιτρεπτών σταθμών. Στο άτομο του υδρογόνου (H) που είναι το πιο απλό με ένα μόνο ηλεκτρόνιο γύρω από τον πυρήνα του, η σταθερότερη θέση του ηλεκτρονίου είναι η στάθμη ελαχίστης ενέργειας (θεμελιώδης στάθμη). Όταν

εφοδιάσουμε το άτομο με αρκετή ενέργεια π.χ. υπό μορφή ακτινοβολίας (σχήμα 3α), το ηλεκτρόνιο μπορεί να μεταπηδήσει σε άλλη ενεργειακή στάθμη μεγαλύτερης ενέργειας ($E_f \rightarrow E_j$, όπου $E_j > E_i$) με απορρόφηση ενός φωτονίου συγκεκριμένης ενέργειας (δηλαδή συγκεκριμένης συχνότητας ν_{ij} έτσι ώστε να έχει ενέργεια $h\nu_{ij} = E_j - E_i$) με αποτέλεσμα τη δημιουργία μίας γραμμής απορρόφησης. Το άτομο τότε λέμε ότι διεγείρεται (σχήμα 3.9.β). Αυτή η κατάσταση διατηρείται για πολύ μικρό χρονικό διάστημα (10^{-8} sec) γιατί το άτομο επιστρέφει στη θεμελιώδη στάθμη απευθείας (ή με διαδοχικές μεταπηδήσεις σε στάθμες χαμηλότερης ενέργειας, όταν αυτό είναι εφικτό) αποβάλλοντας την επιπλέον ενέργεια (αποδιεγείρεται). Σε κάθε μεταπήδησή του εκπέμπει ένα φωτόνιο συγκεκριμένου μήκους κύματος $\lambda = c/\nu_{ij}$ που αντιστοιχεί στην ενεργειακή διαφορά ΔE μεταξύ των δύο σταθμών που ενέχονται στη μεταπήδηση $\Delta E = h\nu_{ij} = E_j - E_i$, με αποτέλεσμα την εκπομπή μίας γραμμής σε αυτό το μήκος κύματος (σχήμα 3γ). Όσο μεγαλύτερη είναι η ενεργειακή διαφορά μεταξύ των δύο σταθμών της μεταπήδησης τόσο μεγαλύτερη είναι η συχνότητα (και άρα τόσο μικρότερο είναι το μήκος κύματος) της γραμμής εκπομπής που παράγεται κατά την μεταπήδηση.

Επειδή τα άτομα μέσα σε ένα αέριο κινούνται (με μέση ταχύτητα που καθορίζει και τη θερμοκρασία του), ένα άτομο μπορεί να διεγερθεί (ή να αποδιεγερθεί) όχι μόνο μέσω απορρόφησης (και αντίστοιχα εκπομπής) ακτινοβολίας αλλά και μέσω συγκρούσεων με τα άλλα σωματίδια (κρουστική διέγερση και αποδιέγερση αντιστοίχως). Αν γνωρίζουμε τη θερμοκρασία του αερίου μπορούμε να υπολογίσουμε το ποσοστό των ατόμων που είναι διεγερμένα σε μία συγκεκριμένη ενεργειακή στάθμη.

Αν το άτομο απορροφήσει τόση ενέργεια ώστε να χάσει ένα ή περισσότερα ηλεκτρόνια (λόγω απόσπασής τους από τον πυρήνα) τότε λέμε ότι ιονίζεται ή (ισοδύναμα) ότι μετατρέπεται σε *ión*. Η ελάχιστη ενέργεια που απαιτείται για τον ιονισμό του ονομάζεται *ενέργεια ιονισμού*. Κάθε ενέργεια που είναι πάνω από την ενέργεια ιονισμού προσδίδεται ως κινητική ενέργεια στο ελεύθερο ηλεκτρόνιο που αποσπάται από τον πυρήνα. Ένα άτομο μπορεί να ιονιστεί μέσω απορρόφησης ακτινοβολίας αλλά και μέσω συγκρούσεων. Στην περίπτωση των μορίων, η δημιουργία των φασματικών γραμμών είναι πιο πολύπλοκη γιατί δεν οφείλεται μόνο στη μεταβολή της ενέργειας των ηλεκτρονίων λόγω μεταβάσεων μεταξύ συγκεκριμένων ενεργειακών σταθμών αλλά και στη μεταβολή του πλάτους της ταλάντωσης (ή της σχετικής θέσης) των ατόμων τους καθώς και στη μεταβολή της στροφορμής τους λόγω περιστροφής του μορίου. Θεωρητικά μπορούμε να δείξουμε (από τον υπολογισμό των διαφορών των ενεργειακών σταθμών) ότι οι φασματικές γραμμές στην οπτική περιοχή οφείλονται κυρίως σε ενεργειακές μεταπτώσεις των ηλεκτρονίων των ατόμων και όχι σε μεταπτώσεις

μορίων ή ιόντων. Παρακάτω φαίνονται οι φασματικές γραμμές του ατόμου του υδρογόνου.



Ερωτήσεις στη διαδικασία

1. Να αναγράψετε τα μήκη κύματος των γραμμών του Ne με το σφάλμα τους (να βρείτε τα πραγματικά και να τα συγκρίνετε).
2. Κάθε φορά που παρεμβάλλεται ένα χρωματιστό πλακίδιο μπροστά από το φασματοσκόπιο, περιγράψετε ποιο μέρος του φάσματος της πηγής συνεχούς ακτινοβολίας βλέπετε;
3. Όταν μεταβάλλεται τη θερμοκρασία του λαμπτήρα, περιγράψτε ποια χρώματα βλέπετε στο φασματοσκόπιο.
4. Το ανθρώπινο σώμα έχει θερμοκρασία 36 C. Σε ποιο μήκος κύματος ακτινοβολεί;

Χριστοπούλου